

# Genetische Strukturen von endlichen Pflanzenpopulationen konstanter Größe

## III. Berechnung des Verwandtschafts- und Inzuchtgrades in einigen typischen Beispielen bei einer Waldbaumart

Von H.-R. GREGORIUS<sup>1)</sup>

(Eingegangen Februar / Revision März 1973)

Auf der Grundlage eines in zwei vorangegangenen Arbeiten des Autors (GREGORIUS Teil I und Teil II, 1973) behandelten Modells sollen in dem hier vorliegenden Teil III einige typische Anwendungsmöglichkeiten der dort lediglich theoretisch hergeleiteten Ergebnisse über die Verwandtschaftsverhältnisse in endlichen Pflanzenpopulationen konstanter Größe nachgewiesen werden. Als Meßgröße der Verwandtschaft diene der im Sinne MALECOTS aufgefaßte Verwandtschaftsgrad  $V_{ik}^t$  zweier Individuen an den Stellen  $i$  und  $k$  in der Generation  $t$ , bzw. der Inzuchtgrad  $I_{ik}^t$  eines Individuums an der Stelle  $k$  in der Generation  $t$ . Es galten die Beziehungen  $V_{kk}^t = \frac{1}{2}(1 + V_{kk}^t)$  und  $V_{ik}^t = \frac{1}{4}(1 - \delta_{ik}) (\sum_{a,j} y_{ai} y_{jk} V_{aj}^{t-1} + V_{ik}^{t-1}) +$

$$+ \frac{1}{4} \cdot \sum_a y_{ak} V_{ia}^{t-1} + \frac{1}{4} \cdot \sum_a y_{ai} V_{ka}^{t-1} + \frac{1}{2} \cdot \delta_{ik},$$

worin  $\delta_{ik}$  das KRONECKER-Symbol und  $y_{ai}$  die Wahrscheinlichkeit bezeichnet, mit welcher an der Stelle  $i$  ein Same produziert wird, der aus einer Befruchtung durch einen von der Stelle  $a$  stammenden Pollen hervorgegangen ist ( $\sum_a y_{ai} = 1$ ). Die Befruchtungswahrscheinlichkeiten  $y_{ai}$  ent-

hielten die Einflüsse der Pollenverteilungen, Pollenproduktion und der Selbstinkompatibilitätsrate.

In der Forstgenetik hat man sich vielfach mit der Frage nach der Abhängigkeit der genetischen Struktur etwa eines Waldbestandes von Anzahl und Dichtstand der Bäume auseinanderzusetzen. Ebenfalls von großer Bedeutung ist eine Kenntnis der Effekte am Rande eines Bestandes im Vergleich zu seinem Inneren, wie auch das Verhalten von Teilen des Bestandes zueinander, zwischen denen vorwiegend einseitiger Pollentransport möglich ist, wie z. B. am Hang. Aus diesen Gründen sollen die folgenden Anwendungsbeispiele unter drei Gesichtspunkten gruppiert werden:

- 1) Änderung der Verwandtschaftsgrade bzw. Inzuchtkoeffizienten in Abhängigkeit von der Anzahl in einer Reihe stehender Bäume und deren Abständen untereinander; Beurteilung der Auswirkungen am Rande des Bestandes.
- 2) Die Verwandtschaftsgrade bzw. Inzuchtkoeffizienten in einem durch ringförmige Anordnung der Bäume realisierten Bestand ohne Randeffekte, und in einem zweidimensionalen Analogon zu 1).
- 3) Verwandtschaftsgrade bzw. Inzuchtkoeffizienten in Teilbeständen, zwischen denen vorwiegend einseitiger Pollentransport stattfindet.

Hierzu sind noch einige Bemerkungen nötig: Die Befruchtungswahrscheinlichkeiten und damit auch die Verwandtschaftsgrade hängen für eine feste Selbstinkompatibilitätsrate von dem gemeinsamen Einfluß der Pollenproduktion, der Pollenverteilungen und der Größe der Kronenflächen ab. Um nun die Auswirkungen der Anzahl und Abstände der Bäume auf den Verwandtschaftsgrad beur-

teilen zu können, müssen an allen Stellen gleiche Pollenverteilungen, Pollenproduktionen und Kronenflächen angesetzt werden.

Jedes Beispiel wird für Selbstinkompatibilitätsraten  $R = 0, 1$  berechnet, damit auch bzgl. dieser verschiedenen Raten Vergleiche gezogen werden können.

Wir wollen die Kronenfläche als Kreis mit einem Radius von 2 Metern annehmen und die zweidimensionale Dichte  $h(x,y)$  der Pollenverteilungen in Übereinstimmung mit den von SCHMIDT (1970) hergeleiteten Ergebnissen für einen Kiefernbestand in der Lüneburger Heide wählen. Diese Ergebnisse auf die zweidimensionale reelle Ebene erweitert ergeben:

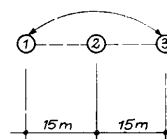
$$h(x,y) = \begin{cases} 2-a & \text{für } x^2 + y^2 \leq 1 \\ (2\mu^{2-a} - a) & \\ 2-a & \text{für } 1 < x^2 + y^2 < \mu^2 \\ (2\mu^{2-a} - a) & \\ 0 & \text{für } x^2 + y^2 \geq \mu^2 \end{cases}$$

worin  $a = 0.9$  und  $\mu = 75$  m sei.  $\mu$  ist die Entfernung von einem Baum, in welcher praktisch kein von diesem Baume stammender Pollen mehr gefunden werden kann.

Jedes Beispiel wird durch eine graphische Darstellung der Standplätze der Bäume des Bestandes veranschaulicht. Die mit Pfeilen versehenen Verbindungslinien zwischen verschiedenen Standplätzen kennzeichnen Richtungen bzw. Entfernungen, in denen bzw. über die Pollen transportiert wird.

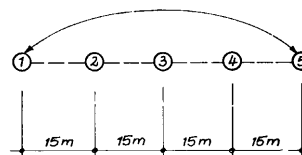
Anordnung des Bestandes:

- 1a) 3 Bäume äquidistant längs einer Geraden in der Ebene stehend.



Figur 1a

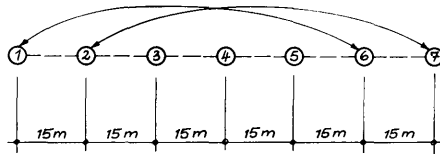
- 1b) 5 Bäume wie in 1a angeordnet.



Figur 1b

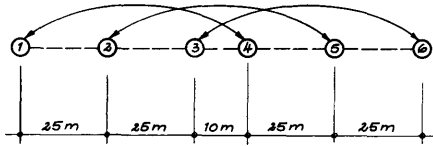
<sup>1)</sup> Lehrstuhl für Forstgenetik und Forstpflanzenzüchtung, Universität Göttingen, 34 Göttingen-Weende, Büsingenweg 2.

1c) 7 Bäume wie in 1a) angeordnet.



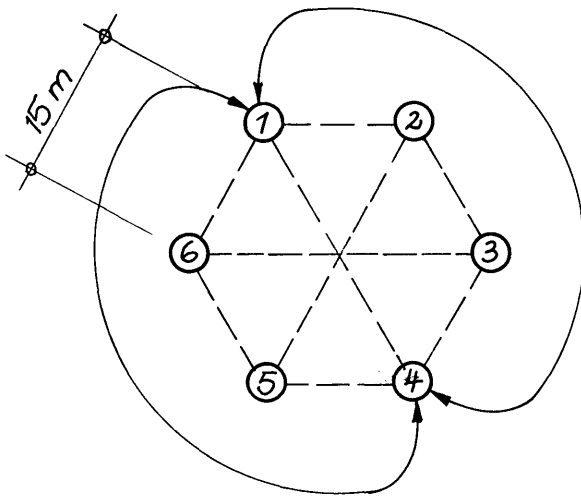
Figur 1c

1d) 6 Bäume nicht äquidistant längs einer Geraden in der Ebene stehend.



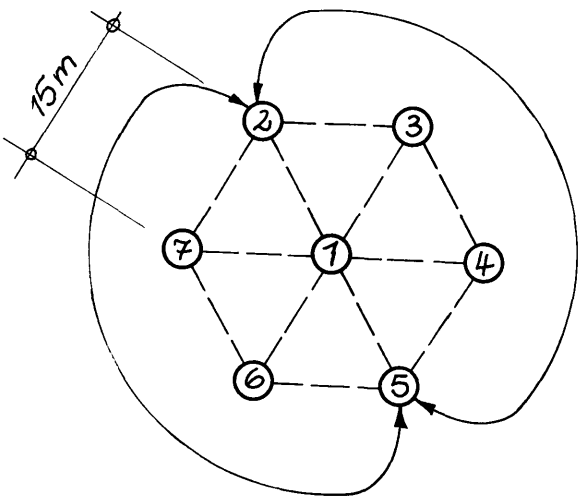
Figur 1d

2a) 6 Bäume äquidistant auf einer Kreislinie in der Ebene stehend.



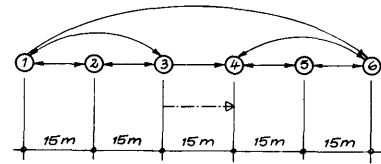
Figur 2a

2b) 7 Bäume, von denen 6 wie in 2a) angeordnet sind, während der siebente im Mittelpunkt des Kreises steht.



Figur 2b

3) 6 Bäume längs einer Geraden stehend; jeweils 3 Bäume stehen oberhalb bzw. unterhalb eines Hanges in verschiedenen Ebenen.



Figur 3

Es schließen sich in der gleichen Reihenfolge die graphischen Darstellungen der Verwandtschafts- und Inzuchtgrade in Abhängigkeit von der Generation an (siehe Seite 61):

### Diskussion der Beispiele

Vorerst seien einige Eigenschaften aufgezählt, die alle hier behandelten Beispiele gemeinsam besitzen: Wie erwartet, beginnen die Inzuchtkoeffizienten eines selbstinkompatiblen Bestandes ( $R = 0$ ) erst mit der zweiten Generation, Werte größer als 0 anzunehmen, und steigen dann relativ gleichmäßig an. Im Gegensatz hierzu kann im Falle mit Selbstung ( $R = 1$ ) ein extrem starker Anstieg während der ersten Generationen beobachtet werden. Die Größenordnungen der Verwandtschaftsgrade gleichen für  $R = 0$  etwa denen der Inzuchtgrade, während für  $R = 1$  die Verwandtschaftsgrade wesentlich kleiner als die Inzuchtgrade sind.

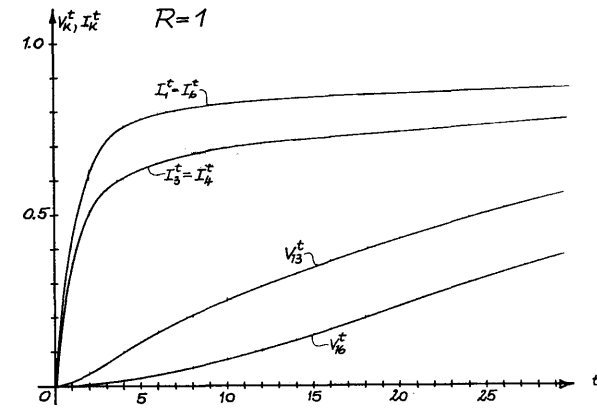
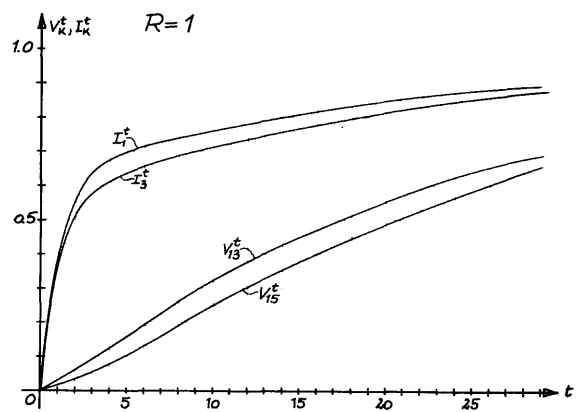
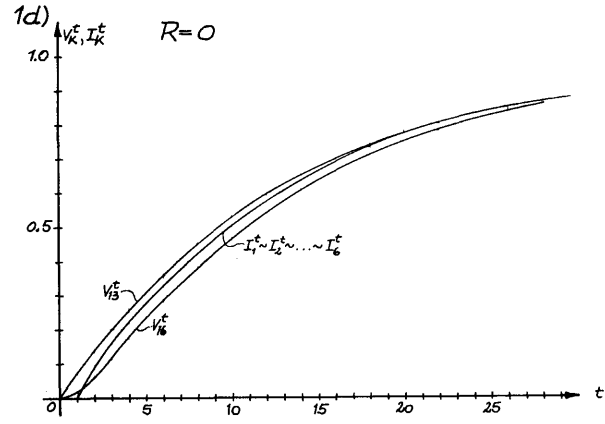
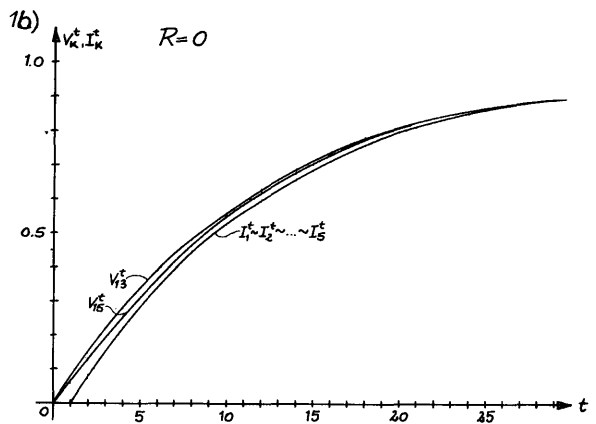
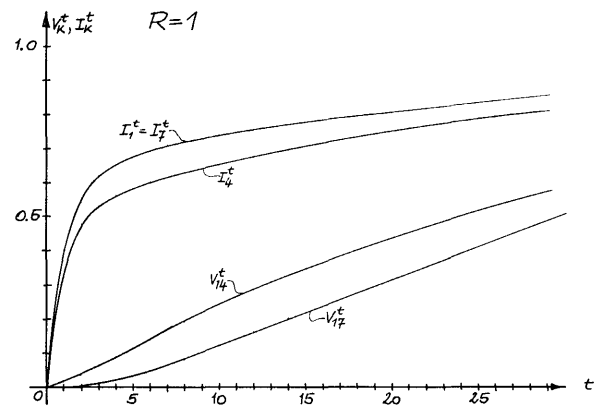
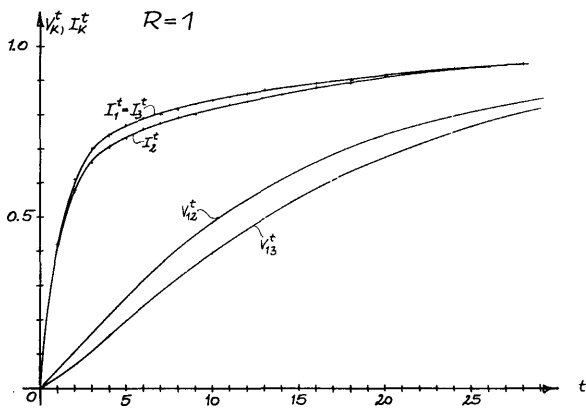
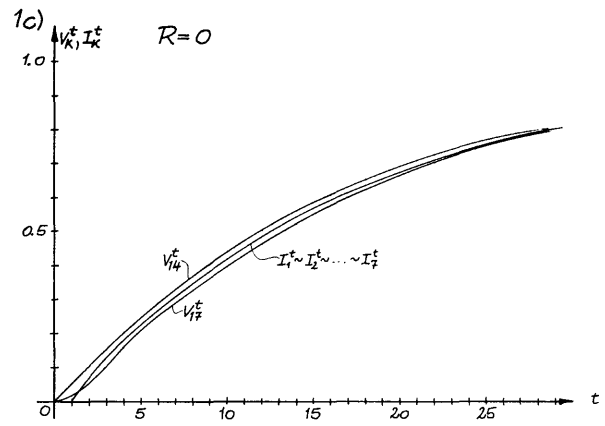
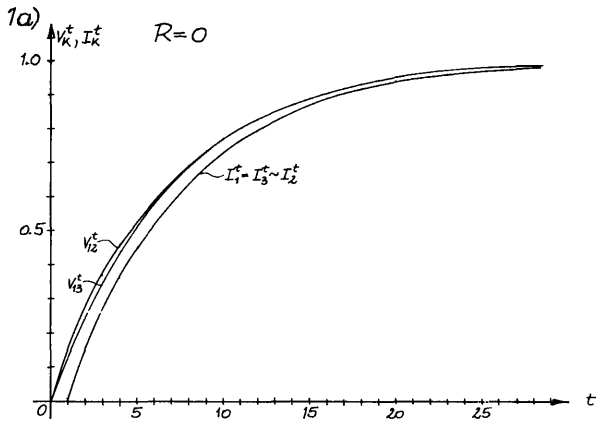
Vom Beispiel 3) abgesehen liegen sowohl Verwandtschafts- als auch Inzuchtgrade an den einzelnen Stellen für  $R = 0$  nahe beieinander, i. e. eine Ausprägung von Randeffekten findet in Beständen ohne Selbstung kaum statt. Bei vorwiegend einseitigem Pollentransport (Beispiel 3) jedoch treten diese Effekte schon deutlicher hervor. Mit wachsender Anzahl der Bäume (1a bis 1c) stellt man sowohl für  $R = 0$  als auch für  $R = 1$  eine fortschreitende Erniedrigung der Verwandtschafts- und Inzuchtgrade fest. Ungleichmäßige Abstände (1c) verursachen im Vergleich zu gleichmäßigen Abständen eine Erhöhung. Allgemein sind die Randeffekte im Falle  $R = 1$  schärfer ausgeprägt als im Falle  $R = 0$ . 2a), als Bestand ohne Randeffekte angelegt, bestätigt die erwartete Übereinstimmung der Inzuchtkoeffizienten an allen Stellen; sie sind in der Größenordnung etwa mit denen des Beispiels 1c) vergleichbar.

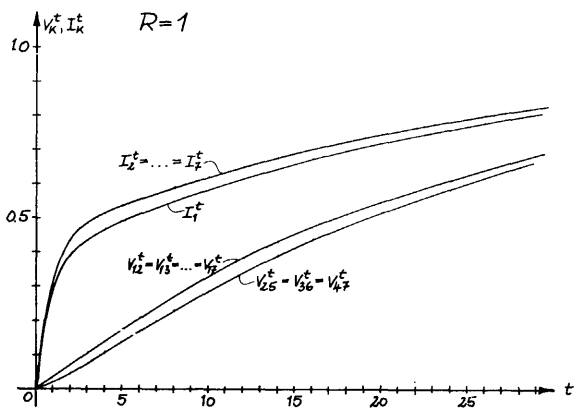
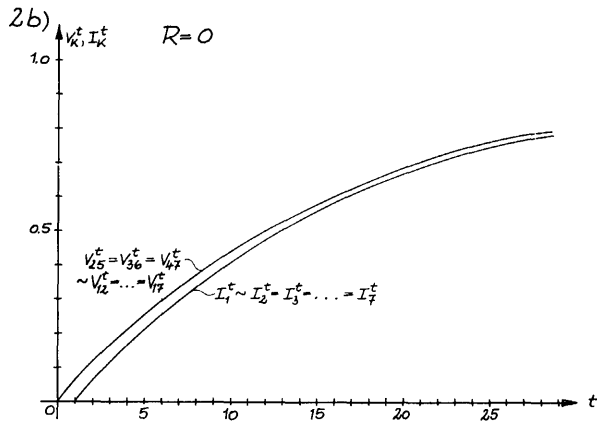
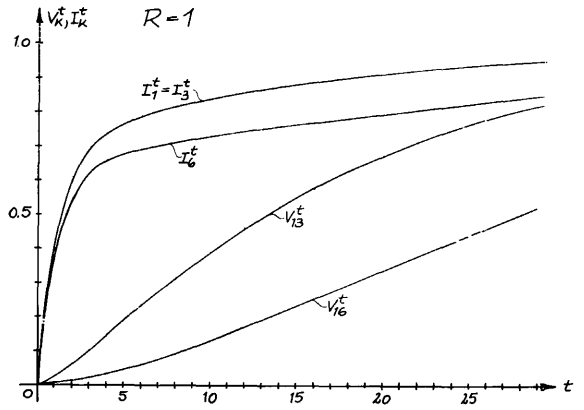
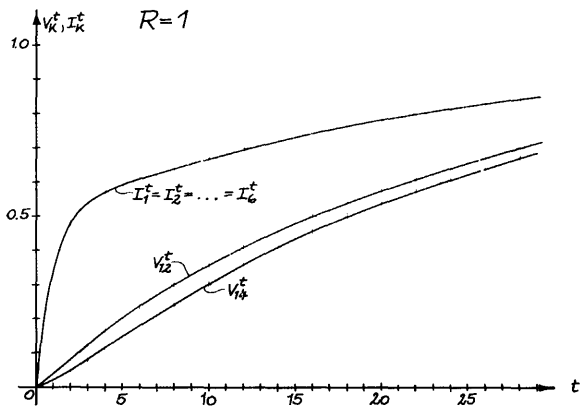
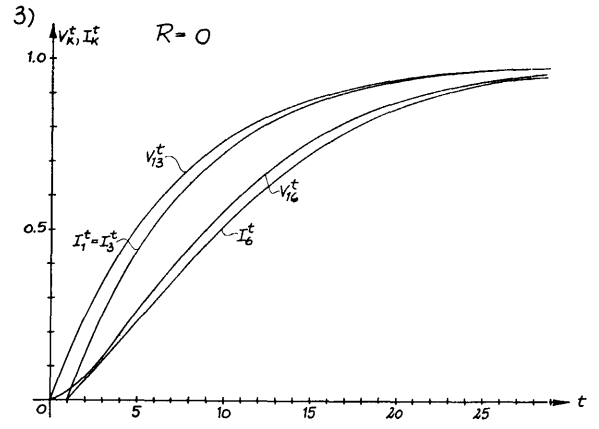
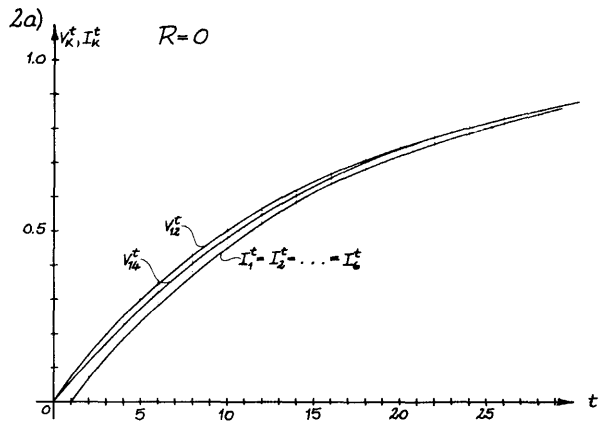
Der Übergang von der eindimensionalen Anordnung des Bestandes in 1c) zu seinem zweidimensionalen Analogon in 2b) drückt sich lediglich im Falle  $R = 1$  durch eine deutliche Erniedrigung der Inzuchtgrade und eine Erhöhung der Verwandtschaftsgrade aus. Die durch einseitigen Pollentransport (3) bedingten Unterschiede in den Verwandtschaftsverhältnissen innerhalb eines Bestandes sind offenbar noch größer, als dies bei ungleichmäßigen Abständen (1d) der Fall ist.

### Zusammenfassung

In einigen typischen Beispielen wurden Anwendungsmöglichkeiten eines Modells über die Entwicklung der Verwandtschafts- und Inzuchtgrade im Laufe der Generationen erörtert. Grundlage der Berechnungen bildete neben den Modellannahmen eine empirisch ermittelte Pollenverteilung für die Kiefer.

**Schlagworte:** Verwandtschaft, Inzucht, Ortsgebundenheit.





### Summary

Using some typical examples, we discussed the application of a model about the development of coefficients of relationship as well as inbreeding-coefficients in the course of generations. Besides the model assumptions, the basis of our calculations was an empirically obtained pollen distribution for pine.

### Literatur

SCHMIDT, H.: Versuche über die Pollenverteilung in einem Kiefernbestand. Dissertation an der Forstlichen Fakultät der Universität Göttingen, 1970. — GREGORIUS, H. R.: Genetische Strukturen von endlichen Pflanzenpopulationen konstanter Größe. Teil I, II. *Silvae Genetica* 22, 30—33, 33—36 (1973).

### Anmerkung

Die Ausführung der Berechnungen wurde durch eine Beihilfe der Deutschen Forschungsgemeinschaft ermöglicht.